

# Prefazione

L'Analisi Matematica è una disciplina cruciale in diversi campi del sapere e, in particolare, nel campo delle discipline economiche e/o finanziarie. Attraverso l'esplorazione di concetti basilari come limiti, successioni, serie, derivate, ricerca di massimi o minimi, concavità o convessità e integrali, si può essere in grado di analizzare ed elaborare modelli relativamente semplici riguardanti fenomeni complessi di natura economica e/o finanziaria, comprendere le relative dinamiche sottostanti e assumere decisioni informate basate su dati quantitativi. In un'epoca in cui la ricerca è sempre più guidata dai dati e dall'analisi quantitativa, è fondamentale padroneggiare l'Analisi Matematica per comprendere e interpretare i fenomeni che ci circondano. Lo studio dei fenomeni quantitativi attraverso la matematica non solo consente di capire meglio il mondo che ci circonda, ma fornisce anche gli strumenti necessari per affrontare al meglio le sfide complesse che caratterizzano l'economia e/o la finanza contemporanea. E' importante sottolineare, inoltre, quanto l'Analisi Matematica sia fondamentale nell'utilizzo dei *software* specializzati per l'analisi dei dati. I *software* di analisi statistica e gli strumenti che consentono di creare e gestire modelli matematici, modelli di *machine learning* e modelli di intelligenza artificiale, sono ampiamente utilizzati nel mondo accademico e professionale per analizzare i dati economici, sviluppare modelli predittivi e assumere decisioni informate. La padronanza dei concetti dell'Analisi Matematica permette di utilizzare in modo efficace tali strumenti e di trarre il massimo beneficio dal loro utilizzo, considerandone i loro pregi e i loro limiti. Il presente testo ha lo scopo di condurre il lettore, gradualmente, verso la comprensione dei concetti di base dell'Analisi Matematica, fino al loro utilizzo in situazioni più complesse. Si è cercato di esporre ogni argomento in modo chiaro e accessibile, con numerosi esempi dettagliati nelle spiegazioni e numerose osservazioni, che hanno lo scopo di far comprendere più a fon-

do la natura delle affermazioni/definizioni/teoremi via via proposti. Uno dei principali obiettivi del presente testo è quello di fornire le competenze matematiche necessarie per affrontare con sicurezza Corsi più avanzati in campo economico e/o finanziario. Che si tratti di ottimizzazione, teoria dei giochi, modelli econometrici o modelli matematici più complessi che emergono da formulazioni più elaborate, una solida comprensione dell'Analisi Matematica costituirà una base fondamentale per comprendere al meglio tali problematiche.

Il presente libro ha uno scopo ambizioso: da un lato quello di fornire i concetti di base agli studenti più a digiuno di matematica; dall'altro quello di agevolare l'approfondimento di strumenti matematici a studenti indirizzati verso Corsi di Laurea Magistrale che più faranno uso di modelli e metodi quantitativi.

Gli argomenti trattati nel presente testo sono stati insegnati da ormai più di venti anni nella Scuola di Economia e Studi Aziendali dell'Università di Roma Tre ed il taglio dei contenuti riflette quanto precedentemente illustrato: colmare le lacune della scuola superiore e portare lo studente ad acquisire i concetti utili per Corsi più avanzati.

### **Platea**

Il presente testo è destinato principalmente a studenti di Economia o di Economia Aziendale, ma anche a chiunque desideri approfondire le nozioni di base nell'ambito dell'Analisi Matematica.

### **Schema del libro**

Il presente testo propone circa 300 esempi. Tutti gli esempi proposti sono corredati da relativa soluzione.

Il libro è articolato nei capitoli di seguito brevemente descritti.

1. Nel capitolo 1 si introducono le nozioni basilari della logica matematica e della teoria degli insiemi. Si introducono i principali elementi di logica matematica, i principali connettivi logici, i principali quantificatori logici e le principali operazioni logiche. Si introduce, inoltre, la nozione elementare di insieme, di sottoinsieme, e le operazioni tra insiemi. Si introduce la nozione di prodotto cartesiano tra insiemi e la nozione di applicazione tra insiemi. Le nozioni precedentemente utilizzate sono poi applicate agli insiemi numerici. Si introducono le nozioni di estremo superiore ed inferiore di un insieme numerico

- e la nozione di massimo e minimo di un insieme. Dopo aver introdotto la nozione di intorno si tratta il problema della topologia della retta. Il capitolo si chiude trattando il problema delle sommatorie e produttorie, considerando i casi più rilevanti di esse.
2. Il capitolo 2 tratta in dettaglio la nozione di funzione reale di variabile reale, considerata come caso particolare della nozione generale di applicazione. Si analizzano, principalmente, le caratteristiche delle funzioni elementari e si studiano i loro grafici. Si considerano, poi, le nozioni di funzione composta, funzione definita a più leggi e le principali trasformazioni di funzioni. Il capitolo si conclude con il calcolo del dominio delle funzioni.
  3. Nel capitolo 3 si considera inizialmente un altro caso particolare di applicazione da un insieme numerico ad un altro insieme numerico: le successioni, che risultano essere definite nell'insieme dei numeri naturali ed assumono valori nell'insieme dei numeri reali. Dopo aver introdotto la nozione di limite di una successione si affronta il problema della verifica e del calcolo dei limiti. Nella rimanente parte del capitolo si introduce la nozione di serie numerica, si analizzano in dettaglio alcune serie particolari e si introducono, infine, i principali criteri di convergenza di una serie.
  4. Nel capitolo 4, dopo aver introdotto la nozione di limite per le funzioni reali di variabile reale, si considerano i principali teoremi sui limiti. Si espongono poi le principali tecniche per il calcolo dei limiti. Prima di introdurre, nell'ultima parte del capitolo, la nozione di funzione continua e i principali teoremi sulle funzioni continue, si considera l'importante e utile nozione di infinitesimi e infiniti.
  5. Nel capitolo 5 si introduce la nozione di derivata di una funzione. Si studiano, in seguito, le derivate delle funzioni elementari e l'algebra delle derivate. Dopo aver introdotto la nozione di derivata di ordine superiore al primo si considerano i principali teoremi sulle derivate che permetteranno, in particolare, di poter calcolare la derivata di una funzione composta o della funzione inversa. Dopo aver introdotto la nozione di differenziale di una funzione, si considera la nozione più generale di polinomio di Taylor e di McLaurin. Il capitolo prosegue con l'introduzione della nozione di monotonia, estremo locale,

convessità e punti di flesso di una funzione, analizzando in dettaglio i principali teoremi che consentono di determinare tali caratteristiche. Il capitolo termina con la descrizione dei passi da seguire per poter tracciare il grafico di una funzione corredandola con alcuni esempi.

6. Nel capitolo 6 si introduce dapprima la nozione di integrale indefinito di una funzione considerando, poi, le principali tecniche di integrazione. Nel seguito si introduce l'integrale definito secondo Riemann e si considerano i principali teoremi ad esso riferiti. Il capitolo termina con una breve introduzione alla nozione di integrale improprio di prima specie.
7. Nel capitolo 7 si introducono dapprima le nozioni di vettore e di matrice, considerandone le principali caratteristiche. Dopo aver introdotto le nozioni di determinante e di rango di una matrice si studia il caso generale di sistema di  $m$  equazioni lineari in  $n$  incognite, introducendo i principali teoremi che consentono di risolvere tale sistema di equazioni. Si considera poi il caso di sistemi di equazioni parametrici. Il capitolo termina con una breve introduzione alle nozioni di autovettore e autovalore di una matrice.

## Contatti

Nonostante l'impegno profuso nella stesura e nel controllo del testo e degli esempi, alcuni refusi potrebbero ancora rimanere. Per questo motivo, si apprezza molto qualsiasi *feedback* e suggerimento da inviare gentilmente ad uno degli indirizzi e-mail:

- francesco.cesarone@uniroma3.it
- massimiliano.corradini@uniroma3.it
- lorenzo.lampariello@uniroma3.it

## Informazioni sugli autori

- Francesco Cesarone è nato a Roma nel 1975. Ha conseguito la laurea magistrale in Fisica e il dottorato di ricerca in Matematica per le applicazioni economiche e finanziarie presso la Sapienza Università di Roma. Ha lavorato inizialmente come ricercatore nel campo della

climatologia presso il CNR (Consiglio Nazionale delle Ricerche), poi come *post-doc* in finanza presso la Sapienza Università di Roma e come consulente per ARPM (Advanced Risk and Portfolio Management, New York, USA). Dal 2011 è professore di Finanza computazionale presso il Dipartimento di Economia Aziendale dell'Università Roma Tre. I suoi interessi di ricerca includono attualmente problemi di selezione del portafoglio, gestione e modellazione del rischio, decisioni ottimali sul rischio e problemi di *enhanced indexation*. Svolge il ruolo di *referee* per diverse riviste scientifiche.

- Massimiliano Corradini ha conseguito la laurea vecchio ordinamento in Fisica all'Università La Sapienza di Roma nel 1995 e il Dottorato di Ricerca in Fisica all'Università Tor Vergata di Roma nel 1999. Dal 2005 è ricercatore presso la Facoltà di Economia (attualmente presso il Dipartimento di Economia Aziendale) dell'Università degli Studi Roma Tre. Ha all'attivo diverse pubblicazioni in Fisica, Economia, Finanza e Teoria delle Decisioni. Insegna Matematica Generale presso il Dipartimento di Economia Aziendale dell'Università degli Studi Roma Tre da oltre venti anni.
- Lorenzo Lampariello ha conseguito il titolo di Laurea Magistrale in Ingegneria Elettronica e il titolo di Dottore di ricerca in Ingegneria dei sistemi presso la Sapienza Università di Roma. Dal 2020 è professore associato presso il Dipartimento di Economia Aziendale dell'Università degli Studi Roma Tre.