

Capitolo 1

I Numeri indici

1.1 Introduzione

Quando si intende fare il confronto di un fenomeno in più contesti, spesso non si ricorre al dato assoluto di ogni contesto, bensì al dato relativo, ovvero al rapporto del dato assoluto con un opportuno denominatore. Un esempio, ci aiuterà a capire: se vogliamo confrontare i nati in Italia con quelli dell'Albania, dobbiamo tener presente che i due paesi hanno popolazioni nettamente diverse e che i nati italiani saranno sempre e comunque maggiori di quelli albanesi. Se invece del dato assoluto, confrontiamo il rapporto tra i nati ed il numero di abitanti (ad es. ogni 1000 abitanti) otteniamo un rapporto noto in letteratura come *tasso di natalità*, che permette di raffrontare il fenomeno delle nascite tra paesi con popolazioni di numerosità anche molto differente. Il tasso di natalità è soltanto uno degli innumerevoli indicatori denominati con il termine generico di rapporti statistici.

I rapporti statistici possono essere classificati nelle seguenti categorie:

- **Rapporti di composizione** Sono il rapporto tra una parte di un totale ed il suo totale; ad es. i nati rispetto all'intera popolazione (*tasso di natalità*).
- **Rapporti di coesistenza** Sono il rapporto tra due grandezze di uno stesso contesto; ad es. i nati rispetto ai morti di un paese in un dato anno.

- **Rapporti di densità** Sono il rapporto tra una grandezza e la dimensione territoriale o temporale in cui viene rilevata; ad es. il numero di aziende per kmq o il numero di incidenti giornalieri¹.
- **Rapporti marginali** Sono il rapporto tra la variazione di una variabile effetto e la variazione marginale (minima/infinitesimale) di una variabile causa; ad es. il rapporto della variazione della domanda di un bene all'aumento del prezzo dello stesso (*elasticità della domanda*).
- **Numeri Indici** Sono il rapporto tra una grandezza e la stessa in un altro periodo; ad es. il fatturato di un'azienda in un anno rispetto a quello dell'anno precedente.
- **Tassi di variazione** Sono il rapporto tra la differenza assoluta di un fenomeno in un periodo di tempo e il valore del fenomeno all'inizio del periodo; come vedremo sono strettamente legati ai Numeri Indici.

Mentre sulle prime quattro tipologie di rapporti non esiste una vera e propria teoria statistica, il discorso è diverso per i Numeri Indici (dai quali discendono i tassi di variazione). Su di essi si è sviluppata una metodologia, che, per sommi capi, verrà illustrata nel resto del capitolo.

1.2 Numeri indici semplici

Data una serie storica v_1, v_2, \dots, v_T di valori relativi ad un singolo fenomeno V , viene detto *numero indice semplice*, o brevemente e più comunemente *indice semplice*, di V tra il tempo h e il tempo k il rapporto:

$${}_h v_k = v_k / v_h \quad (1.1)$$

Detto indice è collegato al *tasso di variazione* (o variazione relativa) secondo la formula:

¹In questo secondo caso si parla anche di *rapporti di velocità*.

$${}_h\Delta v_k = v_k/v_h - 1 \quad (1.2)$$

Esempio. Si considerino i dati della tabella 1.1 relativi alle vendite di Gasolio di una stazione di servizio nel 2010.

Tabella 1.1: *Vendite di Gasolio nel 2010*

t (mese)	P (euro)	Q (litri)	V (euro)
gen-10	1,15	60.220	69.253
feb-10	1,14	58.750	66.975
mar-10	1,19	62.800	74.732
apr-10	1,22	61.540	75.079
mag-10	1,24	59.870	74.239
giu-10	1,23	64.380	79.187
lug-10	1,21	65.350	79.074
ago-10	1,21	52.680	63.743
set-10	1,22	58.790	71.724
ott-10	1,24	60.360	74.846
nov-10	1,26	58.660	73.912
dic-10	1,29	57.500	74.175

$${}_{01/10}v_{04/10} = 75.079/69.253 = 1,084$$

$${}_{01/10}\Delta v_{04/10} = 0,084 = 8,4\%$$

Nota. Spesso gli indici sono riportati moltiplicati per 100, al fine di rendere più immediata la variazione percentuale corrispondente. In questo caso si dice che l'indice è in base 100, cioè l'indice nel tempo base vale 100.

1.3 Proprietà fondamentali dei numeri indici semplici

Una prima caratteristica degli indici, che emerge, è che non hanno unità di misura, ovvero sono dei numeri puri. Non dipendono quindi dall'unità di misura del fenomeno su cui sono calcolati e non dipendono neppure dalla scala di misura di tale fenomeno. In altre parole, un indice relativo a quantità espresse in chilogrammi non è espresso in chili, né il suo valore cambia se le quantità anziché in chili vengono misurate in quintali.

Inoltre è abbastanza semplice dimostrare, che per gli indici semplici valgono le seguenti proprietà:

- **Reversibilità delle basi:**

$${}_h v_k = 1 / {}_k v_h \quad (1.3)$$

- **Circolarità delle basi:**

$${}_h v_k = {}_h v_t \cdot {}_t v_k \quad (1.4)$$

- **Decomponibilità in fattori:**

Se ad esempio $v_t = p_t \cdot q_t$, allora:

$${}_h v_k = {}_h p_k \cdot {}_h q_k \quad (1.5)$$

Note:

- Ovviamente tali proprietà non valgono se gli indici sono in base 100!
- Dalle proprietà fondamentali si evince che questi indici seguono una logica moltiplicativa e non additiva, come evidenziato nei seguenti due esempi:

Esempio 1. Relativamente ai dati in tabella 1.1, risulta che:

$${}_{01/10} \Delta v_{02/10} = -3,3\% \quad \text{e} \quad {}_{02/10} \Delta v_{04/10} = +12,1\%$$

ma:

$$\begin{aligned} {}_{01/10}\Delta v_{04/10} &= 8,4\% \\ &\neq {}_{01/10}\Delta v_{02/10} + {}_{02/10}\Delta v_{04/10} \\ &\neq -3,3\% + 12,1\% = 8,8\% \end{aligned} \quad (1.6)$$

tuttavia:

$$\begin{aligned} {}_{01/10}V_{04/10} &= {}_{01/10}V_{02/10} \cdot {}_{02/10}V_{04/10} \\ &= 0,967 \cdot 1,121 = 1,084 \end{aligned} \quad (1.7)$$

Pertanto per fare il calcolo della variazione relativa di una grandezza in un periodo, **non** si fa la somma delle variazioni della stessa grandezza avvenute nei sottoperiodi.

Esempio 2. Inoltre:

$${}_{01/10}\Delta q_{04/10} = 2,2\% \quad \text{e} \quad {}_{01/10}\Delta p_{04/10} = 6,1\%$$

ma:

$$\begin{aligned} {}_{01/10}\Delta v_{04/10} &= 8,4\% \\ &\neq {}_{01/10}\Delta q_{04/10} + {}_{01/10}\Delta p_{04/10} \\ &\neq 2,1\% + 6,1\% = 8,3\% \end{aligned} \quad (1.8)$$

tuttavia:

$$\begin{aligned} {}_{01/10}V_{04/10} &= {}_{01/10}Q_{04/10} \cdot {}_{01/10}P_{04/10} \\ &= 1,022 \cdot 1,061 = 1,084 \end{aligned} \quad (1.9)$$

Pertanto il tasso di variazione del fatturato di un prodotto in un periodo, **non** è la somma dei tassi di variazione della quantità venduta e del prezzo di vendita del prodotto avvenute nello stesso periodo.